

A Fórmula Geral da Força Máxima de Impacto

P.P. de Lima-e-Silva
www.ceu-aberto.com
3 de outubro de 2019

RESUMO

Este artigo introduz as equações da força máxima de impacto no escalador (F_{MAX}) e na última ancoragem (F_{GRA}) observadas nas quedas da escalada em rocha, para vias de quaisquer declividades, cuja grande maioria no Brasil são positivas. O estudo buscou um modelo mais realista, que considera, além dos fatores introduzidos pelo ME1, aqueles advindos de declividades abaixo de 90 graus, denominado Modelo Experimental 2, ou ME2. Os fatores são a redução na aceleração gravitacional devido à inclinação *per se*, e a redução na aceleração devido à força contrária de atrito entre corpo e rocha na queda. A metodologia incluiu estudo da literatura, registros de escaladas, e análises de sensibilidade que demonstram a significância das atenuações. Conclui, usando cálculos e gráficos do ME2, que a consideração dos fatores atenuantes da declividade se somam aos já introduzidos pelo ME1, e reforçam a tese de que a inexistência de acidentes com falha dos grampos-P no Brasil desde a década de 1970 se deve ao fato de que os valores de F_{MAX} e F_{GRA} são significativamente mais baixos do que se pensava.

ABSTRACT

This paper introduces the equations of the maximum impact force onto the climber (F_{MAX}) and onto the last anchor (F_{BOLT}) in case of a leader fall in a rock climbing, for routes with any slope angle, as they are the majority in Brazil, called "positive routes" in the country. The target was a more realistic model that contains, besides the elements introduced by the ME1, the ones caused by the angles below 90 degrees, named Experimental Model 2, or ME2. The main factors considered were the reduction in gravitational acceleration due to the slope *per se* and reduction of acceleration due to the friction force caused by the contact body-rock during the fall. The methodology included a literature study, climbing records, and sensitivity analyses, which demonstrate the significance of attenuations. It concludes, using calculations and graphs of ME2, that the consideration of attenuation factors caused by declivity adds to the factors introduced by ME1, and reinforces the thesis that the inexistence of severe accidents with P-bolt failure since the 1970s is caused by values of F_{MAX} e F_{BOLT} way below than was expected.

Palavras-chave:

força máxima de impacto, via positiva, atrito na queda, segurança dinâmica, atenuação, escalada em rocha, queda

1. INTRODUÇÃO

1.1 A História, as Novas Técnicas e os Fatos

O alpinismo no Brasil – como o esporte é conhecido pelo público em geral, tecnicamente a escalada em rocha, porque não temos neve ou gelo – deu um salto de atividade a partir da década de 1980, expressado pelo significativo aumento no número de escaladores em atividade, com uma série de causas sinérgicas, cuja semente original talvez sejam os muitos Cursos Básicos de Montanha e Escolas Técnicas de Guias de Montanha (ETGMs) no Rio de Janeiro providos pelos clubes de excursionismo. Desde então sustenta um crescimento contínuo, amplificado pela exposição da mídia em geral, filmes de Hollywood, baixo custo inerente do esporte, acesso a materiais e equipamentos nas lojas comerciais e fábricas de equipamento antes escassas, e pela vasta disponibilidade de faces rochosas para serem escaladas. Uma melhora da economia desde então também contribuiu, com os equipamentos e materiais importados disponibilizados nas lojas da cidade, ainda que a preços bem altos, devido às altas taxas de importação, mas ainda assim disponíveis. Essa explosão é mais facilmente notada na cidade do Rio de Janeiro, onde uma profusão de elevações rochosas se localiza dentro da cidade, particularmente na zona sul. Junto com o crescimento, chegou uma mudança de comportamento.

Essa mudança de comportamento se expressou na mudança das técnicas de segurança usadas com sucesso nas décadas de 1970/80, quando comparadas às usadas atualmente, o que pode ser notado nas grampeações mais

curtas, paradas duplas, utilização de aparelhos como o ATC para assegurar e rapelar¹, abandono dos grampos de 3/8", uso amplo de cordas de 60m, costuras rápidas, um prevaecente nó oito duplo no encordamento, e até novos métodos de enrolar a corda. No entanto, a adoção dessas novas técnicas, mesmo aparentemente mais seguras, deveriam estar embasadas em alguma evidência objetiva. Tudo o que envolve segurança, por princípio, deve ser testado e verificado antes de ser adotado. Novas técnicas precisam também mostrar que são mais eficientes. Uma eminente cientista brasileira, a pesquisadora S. C. Chou do CPTEC/INPE, representante do Brasil no IPCC, discutindo sobre métodos, declarou que "...*não basta a um novo modelo ou método, qualquer que seja, ser mais 'moderno' para ser melhor que o existente, ele precisa provar isso antes de ser adotado*" (Chou, 2015).

No entanto, todas as mudanças de técnicas e práticas não afetaram os números do registro histórico, que permanecem zerados para acidentes graves ou fatais com falha de grampos na escalada em rocha. Fica a pergunta, se as técnicas das décadas de 1980/90 foram suficientes para manter esse registro inalterado por décadas, por que mudá-las? É possível que haja, na adoção de técnicas mais conservadoras, reduzindo os níveis de risco, uma superestimação do risco? Como saber, para além do registro zero dessas falhas, se as técnicas daquelas décadas passadas eram suficientes para manter a segurança em níveis adequados? Qual a resistência dos grampos e quais as forças em jogo, objetivamente?

Este estudo, que complementa o de tema semelhante de Lima-e-Silva (2019a), que introduziu o Modelo Experimental 1, busca trazer mais luz a essas questões através de uma visão mais clara das forças em jogo, considerando o ambiente, a geologia e o estilo de esporte praticado no país.

1.2 Em busca de evidências

Este estudo propõe a generalização do Modelo Experimental 1 (ME1), do mesmo autor, criando o Modelo Experimental 2 (ME2), mais abrangente, pois além de considerar os dois fatores introduzidos pelo ME1, o atrito no último mosquetão (AUC) e a segurança dinâmica (SD), generaliza para vias de qualquer declividade, negativa, vertical ou positiva. Isso é feito através da análise física e matemática da geometria do plano inclinado, que adiciona dois fatores ao ME1, a redução da aceleração da gravidade pelo plano inclinado *per se* e pelo atrito do escalador em queda com a rocha.

No estudo de Lima-e-Silva (2019a), o autor concluiu que a força máxima de impacto exercida sobre os grampos (F_{GRA}) é significativamente menor do que a prevista pela fórmula clássica. Valores de forças máximas que já foram ditos serem de 18kN (Jimenez e Freitas, 1999) não chegam na verdade a 12kN (1.224kgf). Somando-se a isso o fato de que as escaladas brasileiras em sua imensa maioria são positivas – ângulo da encosta menor que 90 graus com a horizontal – devemos buscar por fatores atenuantes adicionais presentes. Primeiro, o escalador quase imediatamente entra em contato com a rocha, gerando atrito que reduz sua velocidade, e a inclinação da via faz com que somente parte da gravidade, a componente paralela ao plano, o acelere. A outra parte, ortogonal ao plano inclinado, trabalha para mantê-lo junto à rocha enquanto ele cai, e é responsável pela geração do atrito.

Este trabalho buscou descobrir e tentou quantificar que outros fatores entram em jogo nas predominantes vias positivas no Brasil, para generalizar o ME1 para vias de qualquer declividade. Ao fim, após calcularmos as forças em jogo de modo mais realista, levando em conta também a declividade, voltaremos à discussão das técnicas de segurança atualmente em voga para confrontá-las com a sua necessidade racional.

1.3 Objetivo

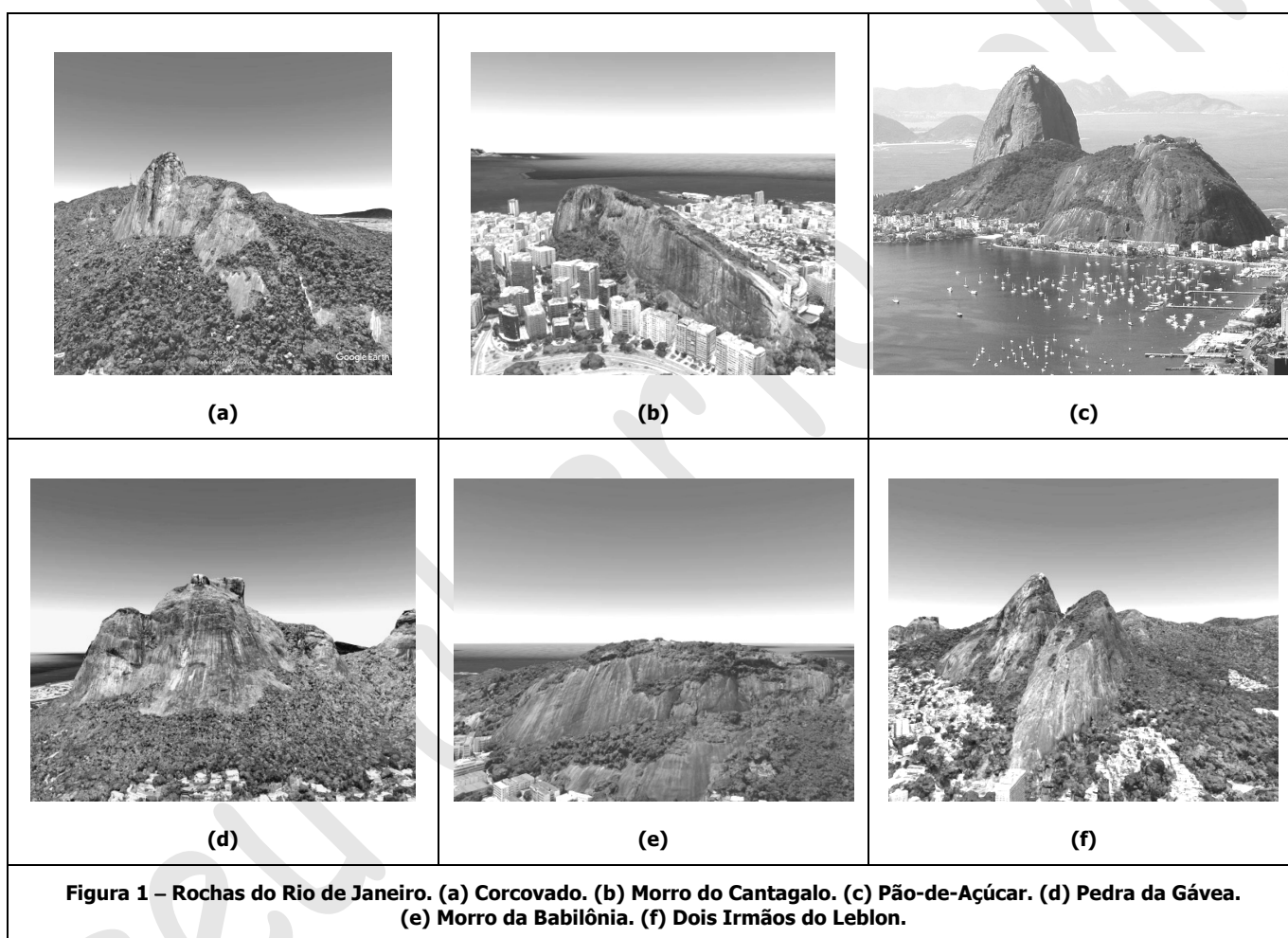
Este estudo teve o objetivo de introduzir fórmulas das forças máximas de impacto no escalador (F_{MAX}) e na última ancoragem (F_{GRA}) que aproximem o cálculo ainda mais do fenômeno real. Essas novas equações foram denominadas Modelo Experimental 2 (ME2), uma evolução do ME1. O ME2 abrange todo o espectro de declividades nas vias, do qual as positivas são a maioria no Brasil. As equações do ME2 possibilitam estudar o comportamento de F_{MAX} numa abordagem ainda mais realista do que o ME1.

¹ Descer de uma montanha com qualquer técnica que use o atrito com a corda de descida para controlar sua velocidade; por extensão, descender, descer de um lugar alto com uma técnica desse tipo. A palavra vem do francês *rappeler* (literalmente "lembrar"), usada por Jean Charlet-Stranton, guia de Chamonix-Mont-Blanc, por volta de 1879, ao descrever sua primeira ascensão bem sucedida do Petit Drou, uma montanha da região, e a técnica de como desceu dele.

2. O AMBIENTE DE ESCALADA NO RIO DE JANEIRO

2.1 A Geologia Brasileira

O terreno geológico brasileiro é muito antigo, desgastado pelas intempéries, com poucas arestas e formas arredondadas. A Figura 1 exemplifica essa condição, com exemplos famosos dessa geomorfologia. Essas formas proporcionam uma profusão de vias positivas e poucas de fato verticais. A raridade de vias verticais não se dá apenas pela predominância de formas arredondadas, mas porque as rochas, quando verticais, são predominantemente sólidas, carentes de fendas, e faces verticais sólidas e pobres de agarras se tornam praticamente impossíveis de serem escaladas. Mesmo vias em faces positivas podem ser de extrema dificuldade, considerando-se que a partir dos 80 graus, sem fendas ou agarras com alguma frequência, a dificuldade cresce exponencialmente.



O Estado do Rio de Janeiro, e especialmente sua capital, é uma cidade única no mundo, com uma profusão de paredões de agarra, aderência pura, fissuras, chaminés de todos os tamanhos, oposições, diedros, praticamente todos os tipos de lances técnicos. Pode-se dizer que, como cidade, é a meca da escalada em rocha no Brasil. A Figura 1 mostra algumas dentre as muitas rochas da cidade, como o Pão-de-Açúcar, com suas mais de 30 vias dos graus mais fáceis até os mais difíceis, e a Pedra da Gávea, com seus 842m de altura, para citar apenas duas delas.

Observando-se as quedas nas nossas faces rochosas positivas, fica claro que a F_{MAX} deve estar sendo atenuada também por pelo menos mais dois fatores do plano inclinado, as reduções da aceleração pela inclinação do plano *per se* e pelo atrito corpo-rocha durante a queda. Esses amortecimentos reduzem significativamente a energia no fim da queda, e é fácil deduzir, a necessidade de resistência das ancoragens.

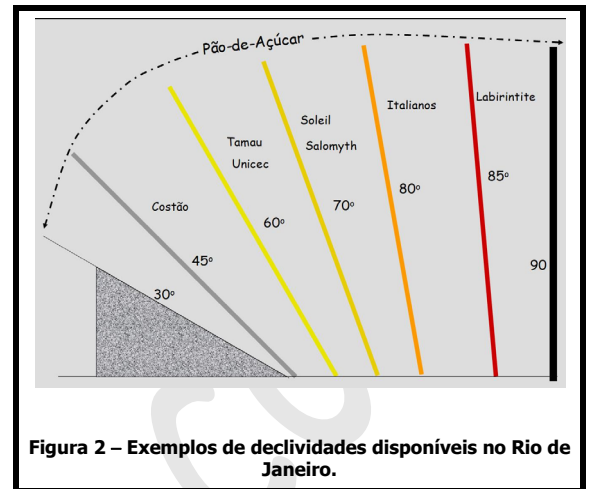
A Figura 2 é um desenho esquematizado das inclinações e exemplos de vias representativas daquelas declividades, em contraposição ao nosso desconhecimento de quanto essa característica afeta as forças em ação, e assim a

resistência das ancoragens que nos garantem a vida quando o cansaço, um mal estar, ou uma agarra que quebra nos derruba. Essa dicotomia entre as técnicas de segurança empregadas pelos escaladores brasileiros e o desconhecimento de quanto a nossa geomorfologia – o ambiente de escalada – altera e atenua as forças em jogo não tem explicação objetiva, mas incentivo os cientistas sociais a contribuir nessa questão. No entanto, qualquer que seja a explicação, ela não justifica permanecermos nessa ignorância por mais tempo.

Este trabalho gerou números que poderão contribuir para a discussão sobre as técnicas de segurança esses números e as consequências desse conhecimento para as técnicas de segurança.

2.2 O Comportamento Socioambiental

Na grande maioria dos países usam-se chapeletas para ancoragens fixas e outros dispositivos para ancoragens móveis. A forte economia e industrialização dos países do norte praticamente elimina a possibilidade de muita improvisação, pois um mercado extenso é rapidamente suprido por materiais e produtos para atender à demanda, gerando materiais que atendem normas mínimas da indústria, e a forte concorrência produz rapidamente materiais sofisticados, embora nem sempre esses padrões venham na direção do ótimo, mas de produtos que contêm alguma sofisticação da qual preços atraentes possam ser cobrados. Com a escalada em rocha não seria diferente.



No Brasil, país ainda em desenvolvimento, sem grande força de mercado e conseqüentemente industrial, os próprios cidadãos precisam criar soluções. O grampo-P foi uma solução criativa e segura, criado em 1912 por José Teixeira Guimarães, um dos conquistadores do Dedo de Deus, como proteção fixa (CA, 2002). Sua segurança tem um atestado sólido, um registro zerado de acidentes por falha de grampo há 117 anos, inigualado por qualquer outra ancoragem. A alternativa do material móvel é bloqueada pela nossa geologia sem fendas. Desde o início da prática de escalada que os grampos-P têm a preferência de 9 entre 10 escaladores como ancoragem em suas conquistas. É uma característica quase exclusiva dos brasileiros.

Na década de 1970, encontrávamos muitos grampos de 3/8", e até grampos de 5/16" e 1/4" em vários lances das já muitas vias. Não só os diâmetros dos grampos eram diferentes, mas sua composição e projeto. Embora não existisse naquela época testes confiáveis de resistência daqueles grampos, os escaladores baseavam-se na inexistência de acidentes, mesmo depois de muitas quedas ocorrerem.

Nesse contexto, há várias perguntas sem respostas. Por que os escaladores desde aquela década nunca promoveram testes científicos sobre a resistência dos grampos nos quais confiavam e confiam suas vidas? Existe uma mudança de técnicas de segurança, como as paradas duplas, a introdução de chapeletas e outras. Qual a gênese desse mudancismo de 1979/80 para 2010? Seria um mimetismo cultural onde a Europa e os EUA aparecem como modelos? A adoção de técnicas europeias e americanas pode estar baseada na ilusão de que o que é bom para os americanos e europeus é necessariamente bom para os brasileiros?

As perguntas se justificam porque o mudancismo pode ser um sintoma de um *modus operandi* perigoso, a de adotar técnicas sem testá-las. É importante lembrar que uma prática que funciona na Europa não tem garantia de que vá funcionar no Brasil, regiões com ambientes natural e socioeconômico muito diferentes. Toda nova técnica precisa passar pelas fases de análise, discussão, adaptação, testes, comissionamento e aceitação no ambiente onde vai ser usada. Depois de aprovada e provada ser tão segura quanto a tradicional, então poderia ser adotada.

Fato é que diversas mudanças das técnicas de segurança das décadas de 1970-1980 para a virada do século não têm justificativa técnica ou científica. Exemplos: a parada dupla é um exemplo de precaução contra um suposto risco de acidente grave de falha de grampo que nunca existiu; a dominância do nó Oito Duplo, quando há outros tão resistentes, com vantagens técnicas claras e sem o problema no qual o Oito se torna após 1-2 quedas; o banimento dos grampos de 3/8" para lances de baixo impacto não tem explicação; a adoção no nosso clima agressivo das chapeletas, cujas evidências objetivas são acidentes reais, como o acidente no Pico Maior de Friburgo, em troca do visível e confiável grampo de 1/2", também parece arriscada (Figura 3).

Some-se a isso pelo menos mais uma prática não racional baseada no medo ilusório, a de passar a corda do rapel nos dois grampos da famosa parada dupla. Um ponto a favor disso é que, apesar do fenômeno do triângulo da

morte estar presente geometricamente, ele é de intensidade muita baixa nesse caso, porque o ângulo entre as cordas é muito pequeno; tudo se passa como se elas fossem paralelas.

No entanto, a racionalidade termina aqui. A força que um escalador faz num rapel sobre a ancoragem é da ordem de duas vezes seu peso (Faça $R=1$ e $K=0$ na Eq. 2), i.e. cerca de pouco mais do que 160kgf para um escalador padrão de 80kg, ou 14% da força que exercerá sobre aquele mesmo grampo se cair quando estiver subindo. Em outras palavras, quando o escalador está subindo, ele confia nos grampos daquela via para suportar uma força da ordem de 11kN (1.122kgf), mas quando desce, desconfia que eles não aguentem 160kgf?

Em contraponto, uma mudança bem vinda, embasada e acertada, o nó autoblocante no rapel, trouxe segurança e conforto na descida, substituindo um sistema tradicional tosco e ineficiente de se pendurar na corda para imobilizar um escalador em descida descontrolada.

Este artigo busca preencher uma lacuna da desinformação, o lado do cálculo, através de um modelo ainda mais realista do que o ME1 e que traga resultados concretos de quão grandes são as forças que impomos ao sistema de segurança quando caímos. A ideia geral é inserir ciência nesse esporte cujos praticantes formais e informais por vezes passam a adotar inovações sem questionamentos. Esse comportamento vai de encontro aos conhecimentos de mais de um século da Engenharia de Segurança, que ditam que não se troca uma técnica tradicional por uma nova sem evidências objetivas de que a nova seja melhor e no mínimo tão segura quanto a tradicional.

2.3 A Força Máxima de Impacto do ME1

O Modelo Experimental 1, recentemente publicado (Lima-e-Silva, 2019a), introduziu duas fórmulas para F_{MAX} e F_{GRA} , que se constituem em modelos semi-empíricos que consideram dois fenômenos ausentes nas modelagens da literatura clássica da área. É sobre a base de equações do ME1 que o modelo ME2 foi construído. Como já dito, ele generaliza ambas as fórmulas para vias de quaisquer inclinações. Para inclinações acima de 90° , basta usar $\alpha=90^\circ$, porque a partir de 90° toda queda é queda livre. As equações para F_{MAX} e F_{GRA} do ME1 são replicadas aqui para facilitar a comparação (Figura 4).

$F_{MAX}^{ME1} = mg \cdot \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2KQ}{mg}} \right] \cdot (R_{SD}^{MAX}) \quad \text{[Eq.2-1]}$
$F_{GRA}^{ME1} = mg \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2KQ}{mg}} \right] \cdot R_{SD}^{GRA} \cdot (2 - M) \quad \text{[Eq.2-2]}$
<p>Figura 4 – Fórmulas de F_{MAX} (Eq.2-1) e F_{GRA} (Eq.2-2) do Modelo Experimental 1 – ME1 (Lima-e-Silva, 2019a). Variáveis: m=massa do escalador; g=aceleração da gravidade; M=fator de atrito no mosquetão; R_{SD}^{MAX}=redução da SD para F_{MAX} (0,80); R_{SD}^{GRA}=redução da SD para F_{GRA} (0,70); Q=fator de queda (=h/L); h=altura da queda; L=metragem de corda aberta²; K=módulo da corda.</p>

O ME1 deu um salto de qualidade em relação à equação clássica de F_{MAX} ao considerar de forma semi-empírica dois fenômenos de forte influência no resultado, mas desprezados no modelo clássico, as fortes atenuações devidas ao atrito corda-mosquetão na última costura e à segurança dinâmica. Mas ele ainda não é realista para a

² Expressão adotada para a quantidade efetiva de corda na dinâmica da queda, i.e. a metragem de corda entre o líder e seu assegurador.

maioria das vias no Brasil não verticais, abaixo de 90 graus, onde outros fenômenos importantes operam, como já mencionado a redução da aceleração gravitacional e a presença do atrito corpo do escalador/rocha na queda.

Importante registrar que quando se trata de dimensionar a segurança do escalador, deve-se sempre olhar para a pior situação, adotar uma hipótese conservadora como precaução contra situações que podem de fato ocorrer na realidade em algum momento, em algum lugar. Em termos de declividade, o sistema de segurança deve ser dimensionado para suportar o impacto da queda livre, sem as eventuais atenuações da queda em contato com a rocha, como nas vias positivas. Por outro lado, não é racional ignorar as características de cada ambiente específico, e é prudente e eficiente lembrar que existem dois grupos distintos do sistema de segurança, a parte do sistema que o escalador carrega consigo, inexoravelmente associada a ele, e a parte que está fixa naquele ambiente, inexoravelmente associada ao local.

Os grampos fixos estão irremediavelmente submetidos às condições do local onde são fixados, diferentemente do equipamento que o escalador carrega consigo. Desse fato decorre que as ancoragens fixas devem ser pensadas como as mais adequadas para cada local específico, enquanto a corda, o bodriê, a bota devem ser pensados como os mais adequados para cada escalador, seu estilo de escalar e as necessidades daquele tempo.

Pensar em segurança em relação às ancoragens fixas é pensar no local onde ela vai ser afixada, é adaptar o tipo de ancoragem, o material de que é feita e a técnica de fixá-la de forma que ela se harmonize com o ambiente e proporcione a máxima segurança com o mínimo custo viável, financeiro e pessoal.

3. A FÓRMULA GERAL: O MODELO EXPERIMENTAL 2 (ME2)

3.1 A Geometria do Plano Inclinado

A primeira observação é que os escaladores, ao se moverem pela montanha, não escalam alturas, mas distâncias. As distâncias entre as costuras não dependem tanto da inclinação da via como seria de se esperar, mas de acidentes do terreno, grau de dificuldade técnica e risco de danos em caso de queda. Um lance menos verticalizado tem tendência a ter dificuldade técnica menor, mas isso não é determinante. Como exemplo, dois dos lances mais difíceis da via Baden Powel, Irmão Maior do Leblon, são ambos positivos (70-80 graus). Para o cálculo de F_{MAX} , no entanto, é necessário saber a altura da queda, porque é o que determina em primeiro lugar a energia potencial da queda, que por sua vez vai determinar F_{MAX} .

Quando um escalador cai numa encosta positiva, como chamamos, não há diferença em relação a uma escalada vertical quanto à quantidade de corda aberta ou distância entre costuras. A palavra "subir" pode significar uma diagonal de 6 metros, com 2m de diferença de altitude, ou 6m num lance de 60 graus, o que significa 5,2m de elevação. Além disso, há os limites da corda e da quantidade de costuras que, somadas, podem não só limitar mas até impedir o avanço do líder. Uma trajetória não retilínea aumenta exponencialmente o arrasto da corda a cada costura, ao ponto de poder inviabilizar a continuidade, seja pelo risco de aumentar o fator de queda, ou pelo desconforto do líder. À soma desses arrastos, desde o assegurador até o líder, dá-se o nome de atrito seco.

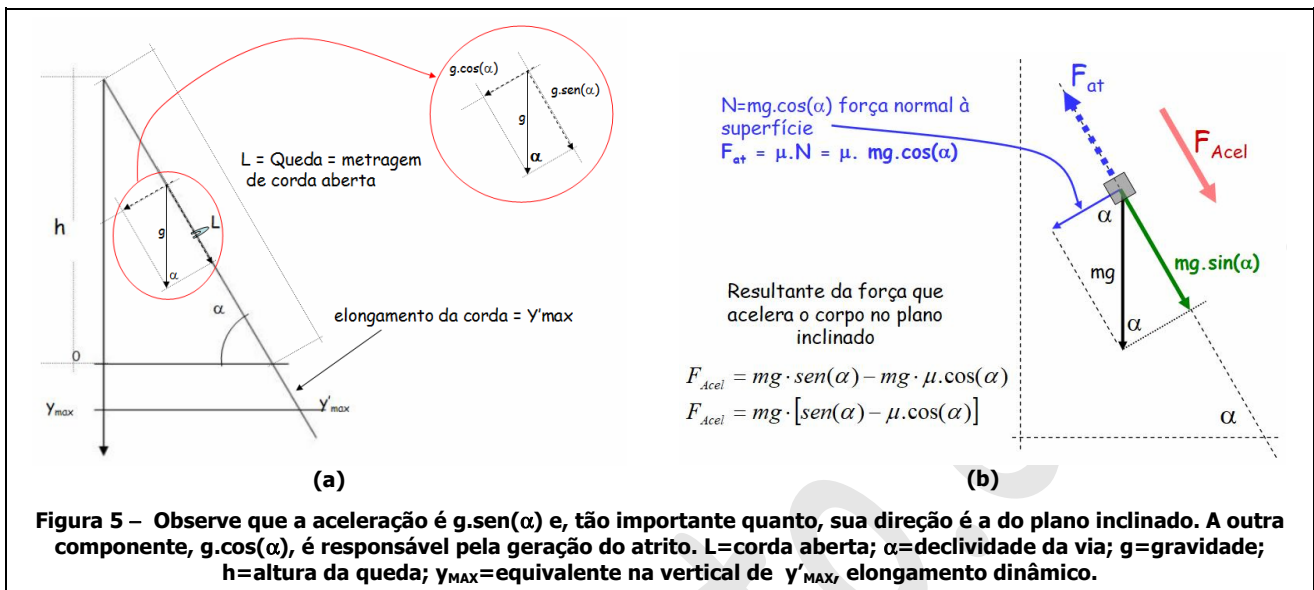
Diferentemente do tempo de Wexler, atualmente as cordas de escalar são notavelmente resistentes e com alta capacidade de absorver energia, e excedem em muito os requisitos da UIAA³. As cordas de hoje com menor alongamento dinâmico geram, na pior queda possível, cerca de 9kN máximos no escalador, enquanto o limite máximo exigido pela UIAA é de 12kN. Como a resistência das cordas é cerca de 22kN, não há como uma corda de escalar se romper somente pela força da queda (Leuthäusser, 2016; Lima-e-Silva, 2019a).

Da mesma forma que no caso do ME1, este estudo sobre F_{MAX} também produziu uma formulação para F_{GRA} , e como esta é gerada de F_{MAX} , numa dedução simples, manter-se-á o foco em F_{MAX} .

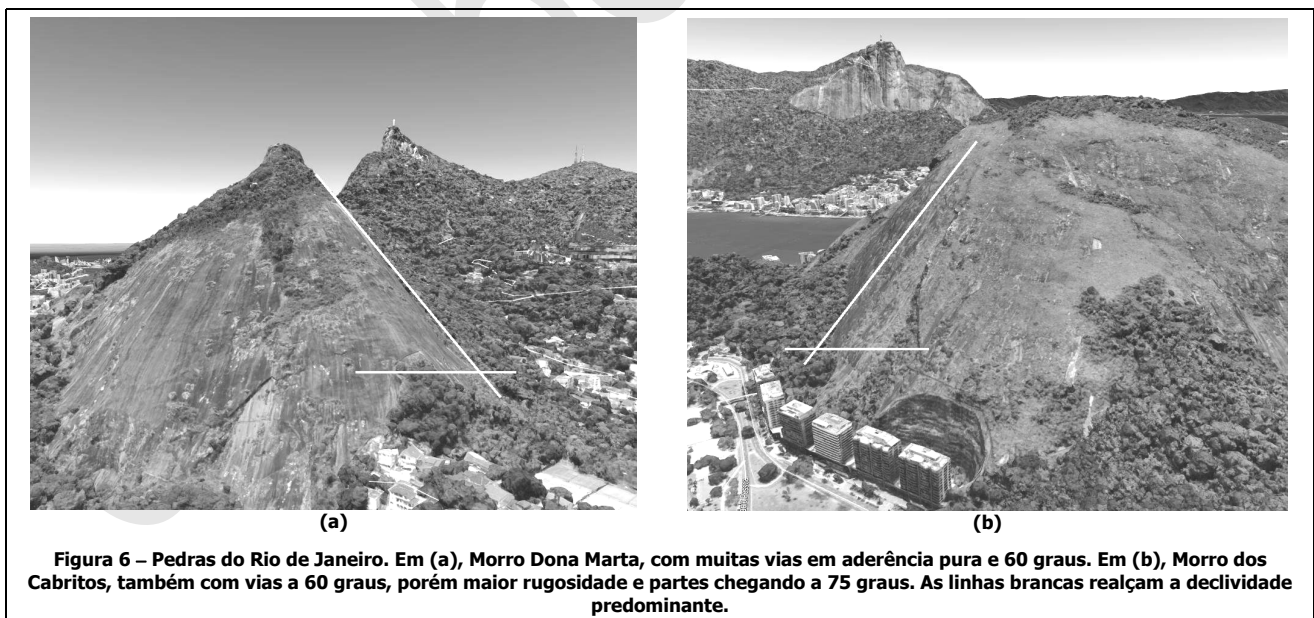
A Figura 5 apresenta um esquema da geometria do problema a ser resolvido, utilizado para a Dedução A1. Notam-se duas diferenças em relação ao caso clássico. A primeira é que a componente gravitacional que acelera o corpo num plano inclinado não é mais " g ", mas $g \cdot \sin \alpha$, onde α é o ângulo que a encosta faz com a horizontal. A segunda é que, numa queda vertical, " h " é ao mesmo tempo a altura e a distância de queda, o que não acontece num plano inclinado, onde são grandezas diferentes.

³ Union Internationale des Associations D'Alpinisme. Órgão regulador e certificador internacional para o montanhismo com sede na Suíça.

Ainda na Figura 5, a origem "0" (zero) no eixo vertical representa o ponto onde a corda está completamente estendida, e onde a deformação elástica se inicia. Na escalada sobre o plano inclinado, esse ponto é o encontro da linha horizontal que sai de "0" e vai até o plano inclinado. A distância no eixo vertical y_{MAX} corresponde ao alongamento real da corda no plano inclinado, denotada por y'_{MAX} . Fundamental para o equacionamento correto da fórmula é lembrar que a direção da força que puxa o corpo para baixo não é mais a vertical.



A física e a matemática envolvidas na dedução dessas fórmulas são relativamente simples. A sutileza é compreender as condições do ambiente da escalada e considerar as particularidades do esporte. O primeiro passo é modelar o problema de modo adequado. Serão apresentadas três abordagens, que geram três desenvolvimentos diferentes, mostrando como todas resultam na equação de mesmo significado físico.



Para ilustrar a relevância, um corpo de 80kg, caindo numa via de 70 graus, com um atrito de 0,30 corpo-rocha, em vez de acelerado por uma força de 80kgf⁴ (784,6 N), será acelerado por 70kgf (656,7 N), 12,5% menor⁵. A inclinação de 70 graus corresponde à declividade de muitas vias no Rio de Janeiro. Essa declividade é maior do

⁴ 1 kgf é a força exercida pela massa de 1kg sob a ação da força gravitacional terrestre.
⁵ $F(0^\circ) = m \cdot a = 80\text{kg} \cdot 9,807\text{m/s}^2 = 784,6\text{ N}$; $F(60^\circ) = m \cdot a \cdot \sin(60) = 80\text{kg} \cdot 9,807\text{m/s}^2 \cdot 0,866 = 679,4\text{ N}$.

que muitas vias na capital, como as do Morro Dona Marta e Morro dos Cabritos (Figura 6). No caso de uma queda em via de declividade média (75 graus), o atrito pode ser significativo, seja porque o escalador muitas vezes começa a queda arrastando suas botas pela parede, ou perde o controle e cai girando, o que pode lhe causar ainda mais danos pelos choques e fricção com a pedra. De qualquer forma, o consumo de energia e consequente redução da velocidade são inevitáveis.

3.2 As Equações

3.2.1 Modelos de Dedução

- **Bases Conceituais**

São apresentadas três deduções da fórmula geral da força máxima de impacto em escaladas em vias de inclinação arbitrária de zero a 90°. Naturalmente, a 90° os modelos ME2 e ME1 produzem o mesmo resultado, como deve ser. O motivo de serem apresentadas duas deduções é para mostrar como se pode partir de hipóteses físicas e concepções diferentes da lei de conservação de energia e chegar ao mesmo resultado, desde que seja mantida ao longo da dedução operações física e matematicamente corretas.

O caminho da Dedução B termina por redefinir o fator de queda para distância de queda – em vez de altura de queda – sobre metragem de corda aberta. Nessa discussão, esse reconceituado fator de queda será chamado de fator de Custer, porque consta do documento enviado por David Custer, do MIT (Custer, 2019). Foi-lhe atribuído o símbolo Q_c . O modelo final, a despeito de pequenas diferenças conceituais e simbólicas entre as deduções deste autor e a de Custer, é fisicamente o mesmo, naturalmente. Ele é válido para escaladas com declividades de 0 (zero) a 90°. A partir dos 90°, F_{MAX} não varia mais em função da declividade, porque toda queda é queda livre, podendo ser usado com $\alpha=90^\circ$ ou usar o ME1. As Deduções A1 e A2 foram desenvolvidas por este autor, com a cooperação de Ulrich Leuthäusser (2019), e a Dedução B por Custer. As deduções foram desenvolvidas simultaneamente e em comunicação, um modo simples de verificação mútua de ambas as deduções.

As deduções usam a Lei de Conservação de Energia no fim da queda. Quando caímos numa escalada, existe um momento em que todas as energias se compensam, o instante em que nosso corpo atinge **velocidade zero**, após distender a corda e alongá-la na sua característica de mola. Nesse momento, toda a energia potencial que acumulamos ao subir teve uma parte sua consumida pelo atrito, se houver, e o restante transformado em energia acumulada na corda-mola alongada. É esse raciocínio que dá origem aos desenvolvimentos.

- **Hipóteses básicas**

Hipóteses básicas são assumidas para simplificar a modelagem. Os resultados refletirão essa hipóteses e hipóteses conservadoras, sempre que adequado, serão adotadas para fazer com que a imprecisão dos resultados recaia para o lado da segurança, obtendo valores de F_{MAX} e F_{GRA} que estejam garantidamente sobre-estimados e não subestimados. Dessa forma é garantida a solidez das conclusões. As principais hipóteses básicas são as seguintes:

- [a] Em vias positivas, o escalador entra em contato com a rocha no momento em que cai. Isso exclui quedas de oposições, por exemplo, quando normalmente o escalador é ejetado para longe da rocha e grande parte ou toda a queda se dá como uma queda livre, embora a via seja positiva; exclui também quedas em chaminés, cujo atrito precisaria de tratamento específico;
- [b] A declividade das vias é considerada constante;
- [c] A folga da corda não é considerada de forma explícita, seu efeito é assumido fazer parte do sistema de atenuação da segurança dinâmica;
- [d] A segurança dinâmica (SD) e o atrito no último mosquetão são assumidos como definidos em Lima-e-Silva (2019a); isso significa que a SD é feita como preconizada naquela publicação, baseada em postura correta e não em qualquer tipo de reação do assegurador.

3.2.2 As Deduções da Equação A

A Dedução A1 (Apêndice 1, Tabela 1) se baseou na ideia de que, se tudo o que a inclinação e o atrito fazem é reduzir a aceleração gravitacional, então se " g " for transformada adequadamente, e feita a consistência com as demais variáveis, os efeitos da declividade e do atrito estarão embutidos em " g ", sem necessidade da explicitação desses fatores. Repetindo o resultado aqui, e acrescentando a equação proposta para F_{GRA} , uma extensão de F_{MAX} :

$$F_{MAX}^{ME2} = [\text{sen}(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)] \cdot mg \cdot \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2K}{[\text{sen}(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)] \cdot mg} \cdot \frac{Q}{\text{sen}(\alpha)}} \right] \quad [\text{Eq. 3-1}]$$

$$F_{GRA}^{ME2} = [\text{sen}(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)] \cdot mg \cdot \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2K}{[\text{sen}(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)] \cdot mg} \cdot \frac{Q}{\text{sen}(\alpha)}} \right] \cdot (2 - M) \cdot R_{SD}^{GRA} \quad [\text{Eq. 3-2}]$$

Onde F_{MAX} =força máxima de impacto no escalador; α =ângulo da via com o plano horizontal, a declividade da via; μ =coeficiente de atrito corpo-rocha, gerado pela fricção do escalador que cai com a rocha sob ele; m =massa do escalador; g =aceleração da gravidade; K =módulo da corda, a constante específica que carrega as características físicas da corda e sua elasticidade; Q =fator de queda.

Sendo assim, a Dedução A1 parte do plano inclinado, onde se dá o fenômeno, e analisa-se qual é a força e aceleração agindo sobre o corpo que cai. Num plano inclinado não existe mais a coincidência, do caso de queda livre vertical, entre altura e distância de queda, são grandezas diferentes. A altura de queda determina a quantidade de energia que se expressa no fim do percurso, a distância de queda está associada à corda aberta. Então uma normalização de g é feita, trazendo todas as grandezas para o plano vertical e aplicando nesse plano a lei de conservação de energia.

Já a Dedução A2 (Apêndice 1, Tabela 2) foi feita aplicando-se a conservação de energia da perspectiva de Custer, separando-se explicitamente a energia potencial, a energia perdida para o atrito e a energia armazenada na "mola". Ela é iniciada tal como a dedução da Eq.B, porém trocando-se as variáveis ao longo do caminho para que a variável altura de queda (h) aparecesse na fórmula final para facilitar explicitar o fator de queda tradicional (h/L). O resultado, como teria que ser, é idêntico ao da Dedução A1.

3.2.3 A Dedução da Equação B

David Custer, do Massachusetts Institute of Technology (MIT), simultaneamente com este autor, derivou a equação para plano inclinado (Apêndice 1, Tabela 3), mas com uma configuração diferente, chegando ao mesmo resultado físico, mas com uma diferença conceitual. Custer redefiniu o fator de queda para o plano inclinado, enquanto Lima-e-Silva desenvolveu na direção de explicitar o fator de queda tradicional. Custer aplica a conservação de energia assumindo que toda a energia potencial disponível é a soma da energia consumida pelo atrito com a acumulada na corda-mola no fim do percurso. As expressões nas células 3 das Tabela 2 e 3 mostram as diferenças. Há também uma simbologia diferente, mas fisicamente são perfeitamente equivalentes.

Custer redefine o fator de queda para não mais a relação entre a altura da queda e a metragem de corda aberta, mas sim entre a distância de queda (ao longo do plano inclinado) e a metragem de corda aberta. Essa diferença é que torna o desenvolvimento e o resultado diferentes da Equação A. Mas a conversão de uma equação na outra é simples e direta, bastando lembrar que:

$$Q_c = \frac{2d}{L} \quad e \quad Q = \frac{h}{L} \quad e \quad \text{como} \quad 2d = \frac{h}{\text{sen}(\alpha)} \quad \text{Logo} \quad Q_c = \frac{Q}{\text{sen}(\alpha)} \quad [\text{Eq.3-3}]$$

Onde Q_c é o fator de queda de Custer, ou simplesmente Fator de Custer; $2d$ é a distância de queda; L é a metragem de corda aberta; Q é o fator de queda tradicional; e α é o ângulo de declividade da encosta. Repetimos a Equação B para facilitar a análise:

$$F_{MAX}^{DC} = [\text{sen}(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)] \cdot mg \cdot \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2M}{[\text{sen}(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)] mg} \cdot Q_c} \right] \quad [\text{Eq.3-4}]$$

Onde F_{MAX} =força máxima de impacto no escalador; α =ângulo da via com o plano horizontal, a declividade da via; μ =coeficiente de atrito corpo-rocha, gerado pela fricção do escalador que cai com a rocha sob ele; m =massa do

escalador; g =aceleração da gravidade; M =módulo da corda ($=K$), a constante específica que carrega as características físicas da corda e sua elasticidade; Q_c =fator de queda de Custer, ou fator de Custer.

3.2.4 Sobre o Fator de Queda

A primeira constatação clara é que, assim, como o maior valor possível de Q é **2** na queda vertical em condições normais, também **2** é o maior valor possível do fator de Custer Q_c nas quedas inclinadas, só que neste caso estamos tratando de distância – e não altura – de queda. Não é fisicamente possível cair, numa encosta de qualquer declividade, uma distância maior do que o dobro da metragem de corda (desprezando folgas na corda), como já mostrado para a queda livre em Lima-e-Silva (2019a, p.4). Na Figura 7 vemos que, para um ângulo $\alpha < 90^\circ$, se $Q_c=2$, então $Q < 2$.

Ainda na Figura 7, vemos como a distância máxima escalada sem costurar, representada pelos raios do círculo, mantêm Q_c constante, enquanto Q , dependente de h , varia com o ângulo. Como exemplo, para $2d=20m$ (queda) e $L=10m$, $Q_c=2$, e o valor de Q para cada ângulo α varia com $\text{sen}(\alpha)$.

Uma última observação é que numa escalada real, em queda livre, o maior valor de Q não é **2**, mas formalmente **1,77**, o valor que a UIAA considera o máximo razoavelmente possível de ocorrer. Aplicando isso ao caso presente, significa que o valor máximo de Q não é **1,77**, mas $1,77 \cdot \text{sen}(\alpha)$. Logo, para analisar a variação de F_{MAX} com a declividade é preciso cuidado com os valores de fator de queda a serem usados.

3.2.5 Observações Sobre o Atrito

Na modelagem de fenômenos, mormente nas utilizadas para sistemas de segurança, aplica-se o conceito de hipótese conservadora. Todo modelo matemático é uma imitação pobre da natureza. Não é viável modelar todas as variáveis que interferem num fenômeno, porque não as conhecemos todas. Das conhecidas e relevantes, não conhecemos todas as relações entre elas. Logo, os resultados dos modelos contêm incertezas. Uma maneira de lidar com elas é usar hipóteses conservadoras. Consideramos margens de segurança nos dados de entrada e na modelagem, fazendo o modelo errar proposadamente numa dada direção, e assim garantir que o resultado está acima ou abaixo de um limite conhecido.

No caso de avaliar a influência da declividade do lance na força de impacto que um escalador caindo exerce sobre a última ancoragem, adotar uma hipótese conservadora é, por exemplo, assumir que ele caia com uma velocidade maior do que a real.

Isso acarreta num sobredimensionamento da segurança para uma força maior do que a que poderá ocorrer na situação real, portanto “errando” na direção da segurança. No caso de F_{MAX} numa encosta e o atrito do escalador caindo, entramos com um valor de atrito que englobe as situações que não podemos modelar, como todas as formas nas quais um escalador pode cair. Em resumo, assumir um valor para o atrito *menor* do que os valores da literatura para os materiais em jogo no fenômeno da queda (Tabela 5).

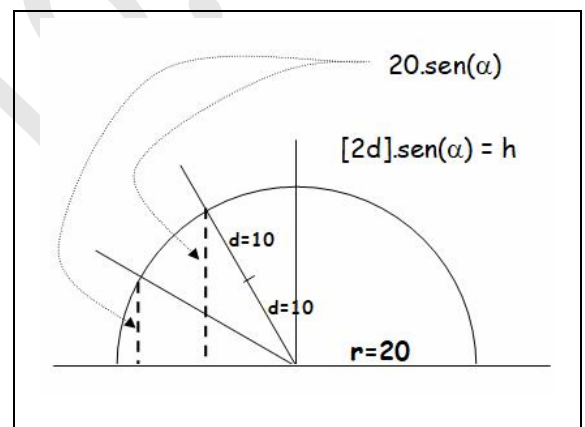


Figura 7 – Desenho para mostrar como a variação do declive da via para uma queda de relação distância/corda constante, ou Q_c constante, altera o fator de queda Q tradicional, e assim F_{MAX} de forma determinante.

Tabela 5 – Coeficientes de atrito entre diversos materiais.			
Materiais	Coeficiente de atrito estático μ_{Est}	Coeficiente de atrito dinâmico μ_{Din}	Referência bibliográfica
Borracha sobre concreto	1,00	0,80	alunosonline.uol.com.br/fisica/coeficiente-atrito.html
Madeira sobre madeira	0,40	0,20	alunosonline.uol.com.br/fisica/coeficiente-atrito.html
Aço liso sobre madeira	0,35	–	www.softcenter.com.br/Fnoticias/Ftransporte/F97-principios-basicos-sobre-amarracao-de-cargas.html
Madeira sobre concreto	0,45	–	www.asmtreinos.com.br/downloads/talha/arquivo8.pdf
Bota de escalada sobre granito (*La Sportiva	0,70	0,67*	sites.google.com/site/guerrillagearhead/science/climbing-shoe-rubber

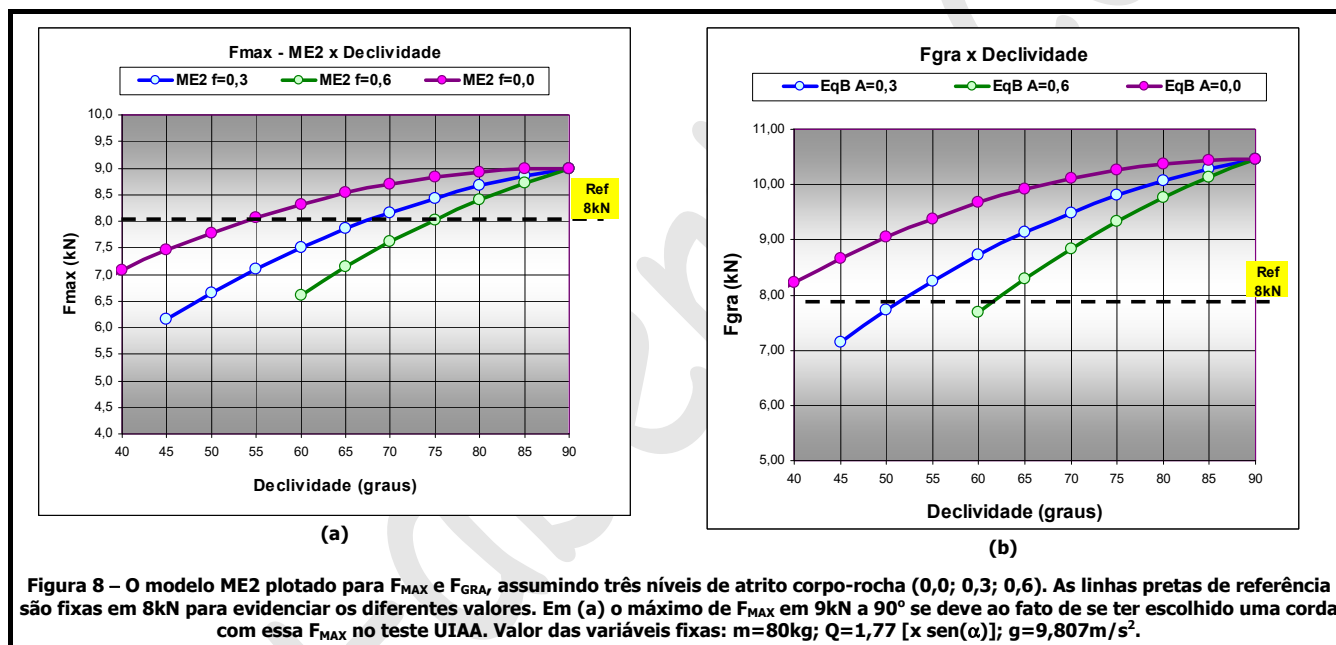
FriXion)			
----------	--	--	--

Baseado nos dados da literatura, adotou-se neste estudo os valores de coeficiente de atrito 0,3 para padrão inferior de um corpo caindo numa encosta positiva, e 0,6 para padrão superior. Assim, serão analisados os casos de atrito zero, para referência, e os casos com o mínimo de 0,3 e o máximo de 0,6.

4. ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

4.1 Quanto à Declividade da Encosta e Atrito

Para as análises de sensibilidade, uma atenção foi dada ao fator de queda (Q), porque o valor máximo do fator de queda no plano inclinado é diferente para cada declividade, como enfatizado no Item 3.2.4 acima. Lá explica-se que o valor máximo considerado neste estudo para o fator de queda na situação de queda livre é o usado pela UIAA nos seus testes (1,77). No plano inclinado, o valor máximo de Q é limitado pelo seno do ângulo de inclinação da encosta, pelo simples fato de que a limitação que o fator de queda tem na vertical relativo ao máximo de queda para um mínimo de corda ocorre da mesma forma na declividade. Portanto, $Q_{C,MAX} = 1,77$. A Figura 8 plota os valores de F_{MAX} e F_{GRA} do ME2, considerando a redução de g devido à inclinação, devido à energia consumida pelo atrito corpo-rocha, à atenuação da SD e ao consumo de energia pelo AUC.



A primeira análise é a variação de F_{MAX} e F_{GRA} com a declividade. Foram feitos três gráficos para F_{MAX} e três para F_{GRA} , com os coeficientes de atrito corpo-rocha de zero (mínimo), 0,3 (médio) e 0,6 (máximo). Em relação à F_{GRA} , vê-se quão notáveis são os amortecimentos causados pela segurança dinâmica e pelo atrito no último mosquetão. De cerca de 18kN, que seriam resultantes de um mosquetão com atrito zero para a corda adotada e uma segurança 100% estática, o valor de F_{GRA} cai para impressionantes 10,7kN a 90 graus. A 60 graus, para o atrito 'provável' de 0,3 numa queda de líder, a força máxima na última ancoragem já caiu 22,2% para 8,4kN, valor muito abaixo da resistência de um grampo de 3/8", estimada em cerca de 12kN.

4.2 Quanto ao Fator de Queda e Atrito

A Figura 9a mostra a mudança nas forças quando passamos de uma via de 60° de inclinação para 70° e 80°. F_{MAX} , para $Q=1,77$, muda de 8,4kN a 60° para 10,2kN a 80°, um aumento de 21%. Mesmo assim, observem-se os valores baixos de F_{MAX} quando comparados às resistências das hastes de aço de 1/2" que compõem grampos e chapeletas em mais de 25kN. Outro ponto a se notar é a linearidade do comportamento de F_{MAX} com o fator de queda, uma dependência interessante para um fator que está dentro do radical quadrático.

A Figura 9b mostra a situação descrita na Seção 4.1. Se o limite do valor máximo do fator de queda num plano inclinado fosse desconsiderado, os resultados se tornariam inconsistentes. Para simular essa situação, assumindo

um fator de Custer máximo constante, basta substituir Q_c pelos valores diretamente na Equação B (Eq. 5, Item 3.2.3). Observa-se na Figura 9b que os valores de F_{MAX} sem a correção no fator de queda (curva verde) permanecem altos mesmo para declividades muito baixas, claramente uma incongruência. Já os valores da equação com o fator de queda corrigido são consistentes. O valor de F_{MAX} no ME2 com o máximo fator de queda possível, na verdade cai não apenas pelos dois fatores considerados, a redução da componente gravitacional pela declividade e pela energia consumida pelo atrito, mas também pela redução do fator de queda máximo.

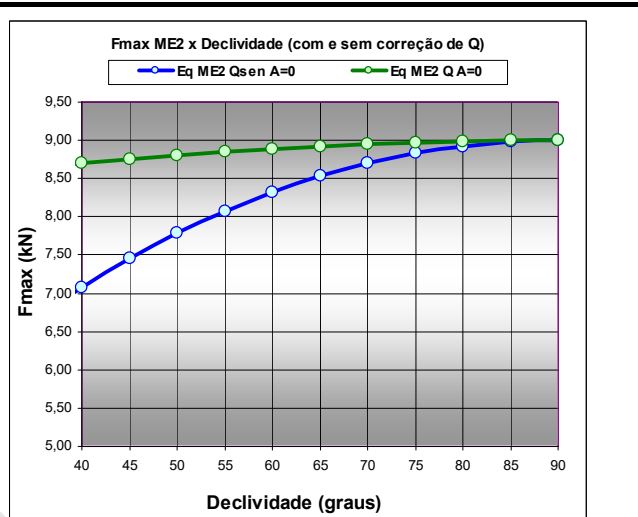
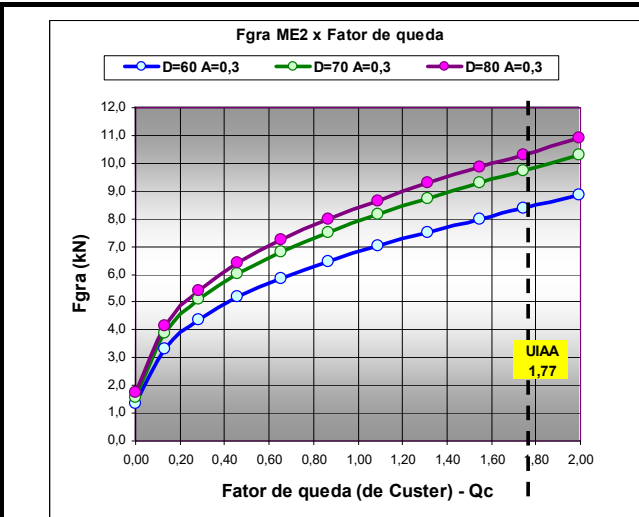


Figura 9a – O modelo ME2 plotado para F_{GRA} em função do fator de queda, com três graus de inclinação, 60, 70 e 80 graus. Vemos as variações de F_{MAX} com Q e de F_{MAX} com o ângulo. A linha vertical preta demarca o fator de queda da UIAA. As curvas foram extrapoladas para ratificar suas tendências, mas acima de 1,77 são improváveis.

Figura 9b – A curva verde simula como seria F_{MAX} se a restrição ao fator de queda imposta pela declividade fosse desconsiderada, e os valores de Q fossem colocados diretamente na Equação A. Com Q constante, a energia se mantém a despeito da declividade. A curva azul resulta de valores de Q corrigidos para α e um resultado consistente.

As Figuras 10a e 10b mostram a variação de F_{GRA}/F_{MAX} com a massa do escalador, para dois coeficientes de atrito corpo-rocha diferentes, o valor considerado aqui como 'provável' (0,30), e o valor assumido aqui como 'máximo' (0,60). Vê-se que a diferença entre elas não é tão grande como se poderia esperar, dado que um coeficiente de atrito de 0,60 é bem alto. Isso tem uma explicação simples, bastando olhar para a Eq. A, vemos que o coeficiente de atrito μ na equação é multiplicado pelo $\cos(\alpha)$. Como o $\cos(75) = 0,26$, a variação de $0,60 - 0,30 = 0,30$ fica reduzida a $0,30 \cdot 0,26 = 0,078$, uma variação de fato pequena.

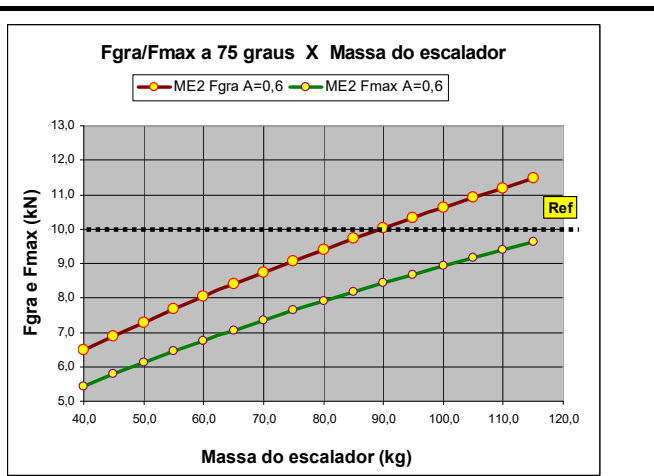
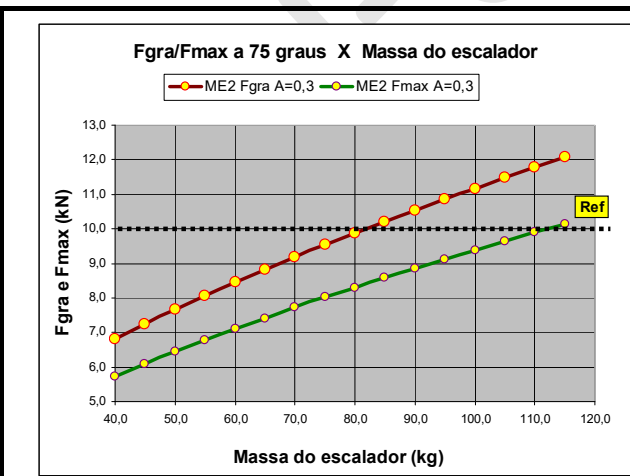


Figura 10 – (a) O modelo ME2 plotado para F_{GRA} variando-se a massa do escalador. (b) O modelo ME2 plotado para F_{GRA} variando-se o fator de queda. A linha tracejada preta delimita o fator de queda máximo assumido pela UIAA em seus testes. O fato marcante a se observar é a linearidade de F_{MAX} com essas variáveis e os valores de F_{MAX} muito abaixo dos valores de resistência conhecidos dos grampos. Somente no caso de escaladores com mais de 110kg é que os valores podem se aproximar da resistência de um grampo de 3/8".
 Valor das variáveis fixas em cada caso: $m=80\text{kg}$; $Q=1,77$; $g=9,807\text{m/s}^2$; $\alpha=70$ graus.

ceu-aberto.com

5. CONCLUSÕES

• Resultados deste estudo

A imensa maioria das vias brasileiras são positivas, i.e. inclinadas em relação à vertical, diferentemente das vias no Hemisfério Norte, cuja geologia gera rochas verticalizadas que propiciam quedas livres dos lances. Essa predominância faz com que as quedas dos escaladores sejam atenuadas pela menor aceleração da gravidade no plano inclinado e pelo atrito do escalador com a rocha durante a queda.

As atenuações da segurança dinâmica (SD) e do atrito no último mosquetão (AUC) foram abordadas em artigo já publicado. A discussão aqui foram as atenuações causadas pela declividade, que afeta a aceleração da gravidade diretamente e impõe um atrito do escalador em queda com a rocha.

Este estudo se propôs a deduzir as equações de F_{MAX} e de F_{GRA} que englobassem as vias positivas, incluindo, por sobre os efeitos já discutidos no ME1, os decorrentes dessa declividade. Somando-se todos esses efeitos, verifica-se que os valores de F_{MAX} são fortemente reduzidos, mantendo-se em virtualmente todas as situações analisadas abaixo dos 11kN, e mostrando objetivamente que técnicas de segurança adicionadas às técnicas que eram usadas nas décadas de 1970/1980 não mudaram as estatísticas de acidentes porque são desnecessárias, dado que as forças em jogo são significativamente menores do que se pressupunha. Na verdade, os números mostram um aumento de acidentes, mas que precisam de estudos mais profundos para se atribuir causas. Uma possível contribuição vem do aumento de novinhos se aventurando sem treinamento adequado.

A adoção de novas práticas, como o uso generalizado dos grampos de 1/2", de paradas duplas cientificamente inúteis e, mais recentemente, o uso das chapeletas que escondem o estado do parafuso atrás delas, não têm base histórica e nem justificativa científica. O argumento presente nas redes de que as chapeletas são certificadas e os grampos-P não se choca com a realidade de um registro zerado de acidentes fatais com falha dos grampos há mais de 100 anos. Como não há argumento científico contra fatos, as causas dessa mudanças devem ser buscadas em questões culturais, como parte da nossa história culturalmente influenciada pelos países centrais.

Somando-se a isso, há muitos exemplos que ilustram a cultura de que agir no que parece ser a coisa certa, sem testar e analisar objetivamente se uma mudança se justifica, tem um risco de causar o efeito oposto. Seleccionei dois, muito diferentes, para ilustrar como isso é uma geral. O primeiro vem dos analistas de acidentes de trânsito. A velocidade dos carros em ambiente urbano é em geral em torno de 60km/h. Maior velocidade significa mais acidentes e maiores danos, como regra geral. Porém, carros a menos de 30km/h nas mesmas vias (metade do limite), em teoria uma velocidade mais segura, não só atrasam a vida de todos como causam mais acidentes, e não menos. Por isso os códigos de trânsito proibem velocidades inferiores à metade da velocidade limite das vias públicas (no Brasil, Lei 9.503/1997, Art.62), fato desconhecido do grande público.

O segundo vem do próprio esporte, um evento pleno de contradições e nunca esclarecido. Uma tragédia de erros e potencialmente de má fé. Está registrado na imprensa que, em 2004, alguns escaladores foram pela manhã até a via Costão, no Pão de Açúcar, e derrubaram duas pedras de três toneladas do lance do totem, uma passagem de 1º grau. Formado há milhares de anos, aquele totem, segundo Barros (2005), cientista brasileiro de construções sobre rocha, que na juventude passara por ali inúmeras vezes, não havia chance de pessoas sem ferramentas movimentarem as pedras. Segundo Wambier (2004), "*os blocos foram retirados porque a GEO-Rio constatou que estavam soltos e poderiam cair a qualquer momento*". Este autor procurou a GEO-Rio, e a empresa declarou não haver registro de inspeção ao local. Logo, a notícia é 100% falsa. A área é tombada pelo IPHAN desde 1973, e qualquer alteração exige por lei autorização da instituição, que nunca foi solicitada (Huet, 2006).

O lado trágico e irônico é que, além de crime ambiental (Lei Federal 9.605, 1998), os acidentes, que nunca antes haviam ocorrido, começaram a ocorrer. Segundo Wambier (*op. cit.*), 30 dias depois já houve o primeiro, com quebra de tornozelo e braço. Segundo o Clube dos Aventureiros (2011), em 04/07/2011, Raymond J. Marier morreu caindo do lance. Em resumo, uma ação supostamente para aumentar a segurança de fato piorou a segurança, gerando acidentes num local onde nunca antes existiram. Uma tendência cultural individualista e segregacionista prevaleceu. Permanece entre nós uma cultura de proprietários privados de áreas públicas e desrespeito aos direitos de todos. A pergunta que não quer calar é as mortes e acidentes que ocorreram depois da destruição do totem do Costão devem ser atribuídas em última instância a quem?

• Limitações do modelo ME2

Todo modelo matemático de um fenômeno é uma imitação pobre da Natureza. Há limitações de vários tipos, que incluem limitações de quantidade e qualidade dos dados de entrada, do próprio modelo que não considera todas as variáveis importantes, do estilo, conhecimento e competência do escalador, e da vasta diversidade, no caso da escalada em rocha, do próprio ambiente da escalada.

O ME2 não considera as quedas em lances diagonais, com inclinações laterais, apenas as inclinações em relação ao plano horizontal. Também desconsidera as folgas das cordas e o atrito seco. A modelagem da corda como uma mola não deixa de ser uma simplificação, aceitável, porque é corroborada por algumas medidas feitas, mas não completamente precisa, pois desconsidera a variação do atrito interno na corda com a tensão aplicada a ela.

Por outro lado, a modelagem proposta pelo ME2 não intencionou uma descrição precisa do fenômeno da queda e de todas as forças envolvidas, mas uma forma de avaliar limites, de obter uma aproximação racional suficiente que sirva de referência para o dimensionamento das ancoragens e para definir procedimentos mais seguros e conscientes em situações reais de escalada. Essa pesquisa está longe de se esgotar aqui, pois mesmos as poucas variáveis consideradas e o modelo simplificado podem ser aprimorados.

Comparando as limitações da equação clássica com os aprimoramentos que o ME1 e o ME2 trouxeram, considero que o objetivo foi atingido. Mas é importante frisar que somos carentes de experimentos de campo no ambiente de escalada brasileiro, considerando a geologia, o clima e as técnicas usadas pelos escaladores brasileiros. A aplicação de técnicas usadas, testadas ou certificadas na Europa, nos EUA ou qualquer ambiente natural e social tão diferentes da nossa realidade, sem uma análise teórica, testes de campo, debate técnico-científico e, por último mas não menos importante, verificação das adaptações necessárias, é um risco desnecessário e perigoso.

• Há limites para avanços?

Abstraindo-nos da poluição visual, na escalada livre em rocha poderíamos colocar um grampo a cada 2,0m, isso reduziria o risco de quedas maiores do que 1,0 metro. Com um grampo a cada 2,0m já se consegue costurar no próximo grampo antes que o seu quadril esteja a mais de 1,0m acima do grampo de baixo. Seria mais seguro, mas, nesse caso, **ainda poderíamos chamar a escalada livre, de livre?** Sem nenhum nível de risco, também não há emoção, a alma do esporte.

Neste artigo, começamos por tentar mostrar a real influência que a declividade de uma via tem sobre a força de impacto⁶. Isso em tese pode ser feito de três formas, através de: [i] um estudo teórico, mostrando como o comportamento da força máxima de impacto muda com a declividade (este artigo); [ii] um estudo de campo simplificado, onde quedas simuladas em vias reais teriam suas dinâmicas filmadas, seus tempos de queda medidos e seus momentos de contato com a pedra registrados; e [iii] entrevistas com escaladores experientes. Esses números não seriam estatisticamente representativos do universo da escalada em rocha no Brasil, mas seriam indicadores de direção futura de pesquisas com representatividade mais ampla. As duas últimas formas ainda por acontecer.

Uma forma de verificar premissas assumidas aqui é assistir o vídeo do canal "juvenillnoribeirode" no YouTube, com o endereço no pé de página⁷. Uma queda numa parede positiva, fortemente amortecida pelo atrito das botas com a rocha.

⁶ Como chamaremos aqui a força máxima (F_{MAX}) exercida sobre a corda durante numa queda, e consequentemente sobre o último grampo (FGRA). A relação entre as duas forças seria $FGRA = 2 \times F_{MAX}$, se o atrito entre corda e último grampo fosse zero, e o amortecimento na segurança fosse nulo. Ambas essas premissas são falsas numa escalada real, então $FGRA < 2.F_{MAX}$, sempre.

⁷ URL: www.youtube.com/watch?v=zTt5bpL7qvY; acesso [2017:20/04,08:40].

6. BIBLIOGRAFIA DE REFERÊNCIA

- Barros, F.C.P. (2005). Comunicação pessoal. Especialista em Construções sobre rocha. Comissão Nacional de Energia Nuclear, CNEN/DRS/CGRC.
- Chou, S.C. (2015). Comunicação em reunião de trabalho. Projeto CNEN/Comissão Europeia. Pesquisadora do CPTEC/INPE, Coordenadora do Modelo Eta.
- Custer, D. (2019). Comunicação particular. Pesquisador do MIT. Contato em custerspiral@gmail.com.
- Huet, R. (2005). Comunicação pessoal. Analista Ambiental do IBAMA. Na época, Chefe do Núcleo de Licenciamento do IBAMA-RJ. Contato em robertohuet@gmail.com.
- Jimenez, M.R., Freitas, M. (1999). Estudo sobre as Proteções Fixas utilizadas no Brasil (Grampos). Clube Excursionista Carioca. Curso de Formação de Guias 1998-1999. [url:www.carioca.org.br/doc_tecnicos.html](http://www.carioca.org.br/doc_tecnicos.html) [Acesso 14/02/2017]
- Leuthäusser (2019). Comunicação pessoal. Físico de www.SigmaDeWe.com.
- Leuthäusser (2016a). The omnipresent impact force formula for a climbing rope. Disponível em www.SigmaDeWe.com [10/03/2017].
- Lima-e-Silva, P.P. (2019a). A Fórmula Especial da Força Máxima de Impacto. [Url:www.ceu-aberto.com](http://www.ceu-aberto.com). Contato: contato@ceu-aberto.com.
- Wambier, A. (2004). Trilha do Pão de Açúcar fica mais perigosa. Acesso em <http://oglobo.globo.com/jornal/rio/133692421.asp>. Publicado em 30 de janeiro de 2004.

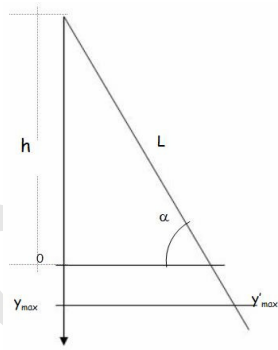
APÊNDICE 1 – DEDUÇÃO DAS EQUAÇÕES

1.1 – DEDUÇÃO A1 DA EQUAÇÃO A, MODELO ME2

<p>Tabela 1 – Dedução A de Lima-e-Silva se baseou na ideia de que, se tudo o que a inclinação e o atrito fazem é reduzir a aceleração gravitacional, então se "g" for transformada adequadamente, bem como as demais variáveis, então os efeitos da declividade e do atrito estarão já considerados. As células A e B definem como o problema foi configurado e as variáveis em jogo.</p>	
<p>0a</p> <p>Transformando as variáveis $g' \rightarrow g \cdot [\text{sen}(\alpha) - \mu \cdot \text{cos}(\alpha)] = Ag$ $h' \rightarrow h / \text{sen}(\alpha)$ $Y'_{\text{MAX}} \rightarrow Y_{\text{MAX}} / \text{sen}(\alpha)$</p> <p>Para simplificar, seja $A = \text{sen}(\alpha) - \mu \cdot \text{cos}(\alpha)$</p>	<p>0b</p> <ul style="list-style-type: none"> • N – força normal à superfície do corpo em queda (N) • F_a – força de atrito (N) • mg – peso do escalador, força gravitacional na superfície (N) • α – ângulo da via no local da queda com a horizontal • y_{MAX} – deformação da "mola" vista do eixo vertical (m) • Y'_{MAX} – deformação da "mola" no plano inclinado ("real") (m) • $F_{\text{at}} = \mu \cdot N$ (força ortogonal) • $N = mg \cdot \text{cos}(\alpha)$, $F_r = \mu \cdot mg \cdot \text{cos}(\alpha)$ • Força líquida no plano $F_G = mg \cdot \text{sen}(\alpha) - mg \cdot \mu \cdot \text{cos}(\alpha)$, ou $F_G = mg \cdot [\text{sen}(\alpha) - \mu \cdot \text{cos}(\alpha)]$ • L = metragem de corda aberta = distância de queda • h = altura de queda • K = módulo da corda • μ = coeficiente de atrito corpo/rocha • Q = fator de queda = h/L
<p>1</p> <p>Conservação de energia em $v=0$ ENERGIA POTENCIAL TOTAL = ENERGIA NA MOLDA* $mg'(h' + y'_{\text{MAX}}) = \frac{1}{2} \cdot k \cdot y'^2_{\text{MAX}}$ OU:</p> $m \cdot (Ag) \cdot \left(\frac{h}{\text{sen}(\alpha)} + \frac{y_{\text{max}}}{\text{sen}(\alpha)} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{K}{L} \cdot \frac{y^2_{\text{max}}}{\text{sen}^2(\alpha)}$	<p>2</p> $\frac{1}{2} \cdot \frac{K}{L} \cdot \frac{y^2_{\text{max}}}{\text{sen}^2(\alpha)} - A \cdot mg \cdot \frac{y_{\text{max}}}{\text{sen}(\alpha)} - A \cdot mg \cdot \frac{h}{\text{sen}(\alpha)} = 0$ <p>(*) Nessa abordagem, a energia consumida pelo atrito e a redução da aceleração g pela declividade não são explícitos, ambas estão embutidas na força da gravidade transformada.</p>
<p>3</p> <p>Substituindo</p> $y'_{\text{max}} = \frac{L}{K} \cdot F_{\text{max}} \Rightarrow y_{\text{max}} = \frac{L}{K} \cdot F_{\text{max}} \cdot \text{sen}(\alpha)$	<p>4</p> <p>Multiplicando por K/L</p> $\frac{1}{2} \cdot \frac{K^2}{L^2} \cdot \frac{y^2_{\text{max}}}{\text{sen}^2(\alpha)} - A \cdot mg \cdot \frac{K}{L} \cdot \frac{y_{\text{max}}}{\text{sen}(\alpha)} - \frac{K}{L} \cdot A \cdot mg \cdot \frac{h}{\text{sen}(\alpha)} = 0$
<p>5</p> <p>Substituindo y_{MAX} por F_{MAX}</p> $\frac{1}{2} \cdot \frac{K^2}{L^2} \cdot \frac{L^2}{K^2} \cdot \frac{F^2_{\text{max}} \cdot \text{sen}^2(\alpha)}{\text{sen}^2(\alpha)} - \frac{K}{L} \cdot \frac{L}{K} \cdot \frac{A \cdot mg}{\text{sen}(\alpha)} \cdot F_{\text{max}} \cdot \text{sen}(\alpha) - \frac{K}{L} \cdot \frac{A \cdot mg \cdot h}{\text{sen}(\alpha)} = 0$	
<p>6</p> <p>Simplificando</p> $\frac{1}{2} F^2_{\text{max}} - A \cdot mg \cdot F_{\text{max}} - \frac{K}{L} \cdot \frac{A \cdot mg \cdot h}{\text{sen}(\alpha)} = 0$	<p>7</p> <p>Aplicando Báskara para F_{MAX}</p> $F_{\text{max}} = A \cdot mg + \sqrt{(A \cdot mg)^2 + 2K \frac{h}{L} \cdot \frac{A \cdot mg}{\text{sen}(\alpha)}}$
<p>8</p> <p>Colocando "A mg" em evidência e expandindo "A" (veja célula 0a acima)</p> $F_{\text{max}} = [\text{sen}(\alpha) - \mu \cdot \text{cos}(\alpha)] \cdot mg \cdot \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2K}{[\text{sen}(\alpha) - \mu \cdot \text{cos}(\alpha)] \cdot mg} \cdot \frac{Q}{\text{sen}(\alpha)}} \right]$ <p style="text-align: right;">Equação A</p>	

APÊNDICE 1 – DEDUÇÕES DAS EQUAÇÕES (Cont.)

1.2 – DEDUÇÃO A2 DA EQUAÇÃO A, MODELO ME2

Tabela 2 – Dedução A2: Essa é uma segunda dedução da Equação A, que mostra o início conceitual de interpretar a energia consumida pelo atrito explicitamente, como na dedução de David Custer, porém introduzindo explicitamente a variável h. Apesar do início diverso da Dedução A1, e de um desenvolvimento muito diferente, o resultado é o mesmo, como esperado.		
P01	<p>[a] $F_{at} = \mu \cdot N$ (atrito=força ortogonal) [b] $N = mg \cdot \cos(\alpha)$, $F_{at} = \mu \cdot mg \cdot \cos(\alpha)$ [c] $L = h / \sin(\alpha)$ [d] $Y'_{MAX} = Y_{MAX} / \sin(\alpha)$</p> <p>Da Lei de Hooke e da direção de F_{MAX}:</p> <p>[e] $y_{max} = y'_{max} \cdot \sin(\alpha) = \frac{L}{K} \cdot F_{max} \cdot \sin(\alpha)$</p>	<p>Logo,</p> $[f] \quad y_{max}^2 = \frac{L^2}{K^2} \cdot F_{max}^2 \cdot \sin^2(\alpha)$ <p>Variáveis como definidas na Célula B. Para simplificar a dedução, adotou-se:</p> <p style="text-align: center;">$\sin(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha) = "A"$</p>
P02	<div style="display: flex; align-items: center;">  </div>	
Conservação de energia em v=0 (Y=Y_{MAX}):		
Energia potencial total = energia perdida no atrito + energia acumulada na "mola"		
$mg(h + y_{max}) = \mu \cdot mg \cdot \cos(\alpha) \cdot (L + y'_{max}) + \frac{1}{2} \cdot \frac{K}{L} \cdot y_{max}^2$		
P05	Considerando [f] {P01}	$mg(h + y_{max}) = \mu \cdot mg \cdot \cos(\alpha) \cdot \left(\frac{h}{\sin(\alpha)} + \frac{y_{max}}{\sin(\alpha)} \right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{K}{L} \cdot \frac{y_{max}^2}{\sin^2(\alpha)}$
P06	Expandindo,	$mgh + mgy_{max} = \mu \cdot mg \cdot \cos(\alpha) \cdot \frac{h}{\sin(\alpha)} + \mu \cdot mg \cdot \cos(\alpha) \cdot \frac{y_{max}}{\sin(\alpha)} + \frac{1}{2} \cdot \frac{K}{L} \cdot \frac{y_{max}^2}{\sin^2(\alpha)}$
P07	Rearrmando a equação quadrática,	$\frac{1}{2} \cdot \frac{K}{L} \cdot \frac{1}{\sin^2(\alpha)} \cdot y_{max}^2 - mg \cdot \left(1 - \mu \frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} \right) \cdot y_{max} - mgh \cdot \left(1 - \mu \frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} \right) = 0$
Chamemos de "X", para simplificar a álgebra, o termo trigonométrico, e lembrando da definição de "A" (célula P01 acima)		
P08	$X = 1 - \mu \frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} = \frac{\sin(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} = \frac{A}{\sin(\alpha)}$	
P09	Substituindo o termo "X" por "A/sen(α)":	Substituindo "Y _{MAX} " por "F _{MAX} " e multiplicando a equação por "K/L":
$\frac{1}{2} \cdot \frac{K}{L} \cdot \frac{y_{max}^2}{\sin^2(\alpha)} - \frac{mgA}{\sin(\alpha)} \cdot y_{max} - mgh \cdot \frac{A}{\sin(\alpha)} = 0$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{K^2 \sin^2(\alpha)}{L^2 \sin^2(\alpha)} \cdot \frac{L^2}{K^2} F_{max}^2 - mgA \cdot F_{max} - mgh \cdot \frac{A}{\sin(\alpha)} \cdot \frac{K}{L} = 0$	
P10	Simplificando a equação P08 e multiplicando por "K/L":	Aplicando Báskara para F _{MAX} :
$\frac{1}{2} F_{max}^2 - A \cdot mg \cdot F_{max} - \frac{K}{L} \cdot \frac{A \cdot mgh}{\sin(\alpha)} = 0$	$F_{max} = Amg + \sqrt{(Amg)^2 + 2 \frac{K}{L} \cdot \frac{Amgh}{\sin(\alpha)}}$	
P11	Tirando "Amg" da Raiz e pondo em evidência:	Expandindo de volta o termo "A":
$F_{max} = Amg \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2KQ}{Amg \cdot \sin(\alpha)}} \right]$	$F_{max} = [\sin(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)] \cdot mg \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2K}{[\sin(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)] \cdot mg} \cdot \frac{Q}{\sin(\alpha)}} \right]$ <p style="text-align: center;">Equação A</p>	

APÊNDICE 1 – DEDUÇÕES DAS EQUAÇÕES (Cont.)

1.3 – DEDUÇÃO DA EQUAÇÃO B, DE D. CUSTER

Tabela 3 – A Dedução B de D. Custer (2019) usa a abordagem de olhar o evento do ponto de vista do plano inclinado, levando todo o problema para aquele domínio, praticamente o inverso da Dedução A. Interessante observar que essa abordagem conduz a uma fórmula que não contém o termo "sen(α)" interno ao radical da Equação A. Da mesma forma, as células A e B abaixo definem a geometria e as variáveis em jogo.

A		B	<ul style="list-style-type: none"> • N – força normal à superfície do corpo em queda (N) • mg – peso do escalador, força gravitacional na superfície (N) • α – ângulo da via/lance com a horizontal • d_s – deformação da "mola" no plano inclinado (m) • h_s – deformação da "mola" no plano vertical (m) • F_{at} = μ · N (força ortogonal) = força de atrito • N = mg · cos(α), F_a = μ · mg · cos(α) • F_g = mg · [sin(α) – μ · cos(α)] • K = módulo da corda (=K na Fórmula 1) • L = metragem de corda aberta • h = altura de queda • 2d = comprimento de queda • μ = coeficiente de atrito corpo/rocha • Q_M = fator de (queda) Custer = 2d/L <p>Nessa abordagem, a conservação de energia contabiliza explicitamente a energia perdida para o atrito.</p>
1	<p>Conservação de energia em v=0</p> <p>energia potencial total = energia consumida pelo atrito + energia armazenada na mola</p> $mg \cdot (2h + h_s) = \mu \cdot mg \cdot \cos(\alpha) \cdot (2d + d_s) + \frac{1}{2} \cdot k \cdot d_s^2$		
3	<p>Como 2h = 2d · sen(α), e h_s = d_s · sen(α), substituindo,</p> $mg \cdot \text{sen}(\alpha)(2d + d_s) = \mu \cdot mg \cdot \cos(\alpha)(2d + d_s) + \frac{1}{2} \cdot k \cdot d_s^2$	4	<p>Expandindo</p> $2d \cdot mg \cdot \text{sen}(\alpha) + d_s \cdot mg \cdot \text{sen}(\alpha) = 2d \cdot \mu mg \cdot \cos(\alpha) + d_s \cdot \mu mg \cdot \cos(\alpha) + \frac{1}{2} \cdot \frac{M}{L} \cdot d_s^2$
5	$\frac{1}{2} \cdot k \cdot d_s^2 - mg \cdot [\text{sen}(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)] \cdot d_s - 2dmg \cdot [\text{sen}(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)] = 0$		
6	<p>Resolvendo a equação quadrática para d_s:</p> $d_s = \frac{[\text{sen}(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)] \cdot mg + \sqrt{[\text{sen}(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)]^2 mg^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{M}{L} \cdot 2d \cdot mg \cdot [\text{sen}(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)]}}{2 \cdot (1/2) \cdot (M/L)}$		
7	<p>Ou, d_s = $\left[[\text{sen}(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)] \cdot mg + \sqrt{[\text{sen}(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)]^2 mg^2 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{M}{L} \cdot 2d \cdot mg \cdot [\text{sen}(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)]} \right] \cdot \frac{L}{M}$</p>		
8	<p>Pela Lei de Hooke, F_{MAX}=(M/L)·d_s, substituindo d_s e definindo Q_C = 2d/L, o fator de Custer</p> $F_{MAX}^{DC} = [\text{sen}(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)] \cdot mg \cdot \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2M \cdot Q_C}{[\text{sen}(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)] mg}} \right]$		Equação B
9	<p>Repetindo a fórmula A para comparação:</p> $F_{MAX}^{ME2} = mg [\text{sen}(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)] \cdot \left[1 + \sqrt{1 + \frac{2K}{[\text{sen}(\alpha) - \mu \cdot \cos(\alpha)] \cdot mg} \cdot \frac{Q}{\text{sen}(\alpha)}} \right]$		Equação A

APÊNDICE 2

CASOS FORA DO MODELO

Caso 1: Queda ativa

Existem formas de cair que não se encaixam no modelo de queda assumido na dedução da Equação A. Aquela dedução não pretendeu descrever como se dá um queda real em paredes de declividade baixa e média (entre 60 e 75 graus), mas de demonstrar características intrínsecas daquele ambiente reduzirão significativamente a força máxima de impacto no escalador (F_{MAX}) e na ancoragem (F_{GRA}).

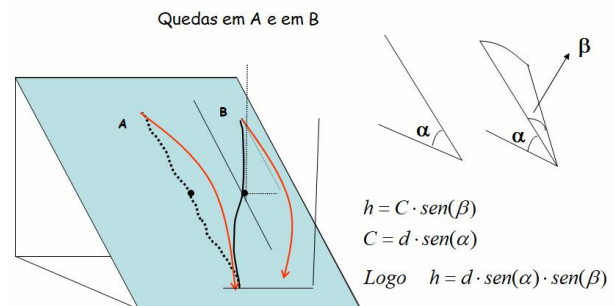
Uma forma de queda, em especial, é importante sob o ponto de vista da segurança, e de seu valor já comprovado e evitado ferimentos ou quiçá vidas humanas, e que foge daquele modelo. Ela já foi por vezes usada, consciente ou reflexivamente, e elimina parcial ou totalmente o atrito com a pedra. Essa técnica na prática só se aplica a vias ou lances com razoável declividade (acima de 70 graus). O escalador em início de queda pode se lançar para fora dando um empurrão na parede, evitando se atritar contra ela. Essa opção é arriscada, mas pode ser melhor do que não fazer se for para evitar um mal maior, como o choque contra um platô de pedra abaixo. Nesse caso, um empurrão firme o afastará da pedra e o fará passar "voando" pelo obstáculo abaixo até ser freado pela corda. Essa operação necessita coragem, reflexo rápido e desnecessário dizer, um pouco de sorte. Mas por experiência própria de um dos autores deste artigo, ela funciona efetivamente.

Na Escola Técnica de Guias de Montanha (ETGM) do CEC⁸ de 1980, essa prática foi discutida pelos instrutores. Essa foi a ação que um aluno daquela ETGM, um dos autores deste artigo, três anos antes, tomou ao cair no fim de um lance 6,0m acima da última costura na via Paulo Ferreira, Irmão Maior do Leblon, Rio de Janeiro, no 5º esticão de corda, por desconhecimento da via e inexperiência com botas rígidas, uma prática não rara na década de 1970. Como havia um platô de granito-gnaissé cerca de 6,0m abaixo, um choque direto causaria danos severos. Naquele caso, a ação deu certo, embora houvesse o risco de atingir outro obstáculo mais abaixo, e se machucar ainda mais gravemente. Para sua sorte, abaixo do platô o lance tinha alta declividade e nenhum obstáculo, e a queda de 15m foi amortecida na corda dupla. Com poucos danos, e parte da alma de madeira da bota quebrada, pode prosseguir escalando.

Caso 2: Lances diagonais e horizontais

O ME2 analisou a situação das vias positivas e a influência da declividade nas forças em jogo. No entanto, não analisou o que ocorre quando, e isso é frequente, o escalador escala uma distância diagonal, ou horizontal. Qual seria a influência de se escalar com um ângulo de inclinação não apenas em relação à horizontal, mas também em relação ao plano vertical?

Ocorre que a altura de queda, que gera a energia e portanto é o que está na gênese de F_{MAX} , é ainda mais reduzida, como podemos ver na Figura ao lado. Para o objetivo de caminhar na direção de generalizar o modelo da força máxima de impacto, é um caminho a ser percorrido, mas para uma análise de dimensionamento, não acrescenta pois vai reduzir a força de forma significativa sem um correspondente benefício. Os lances oblíquos e horizontais não são comuns, a grande maioria das vias com pequenos desvios, olha para cima e não ara os lados. Como uma queda em diagonal ou horizontal vai exigir ainda bem menos do sistema de segurança, sob esse aspecto do dimensionamento, não perdemos muita coisa.



Uma queda em diagonal ou horizontal cria, no entanto, um risco agora não mais para o sistema de segurança, mas para o escalador, pois a possibilidade de se machucar aumenta significativamente. Pêndulos são conhecidos por produzirem machucados seja por choque com os obstáculos da via, como platôs e diedros, e até grampos, seja por esfoliar a pele, pela forma de fazer o escalador se chocar com a rocha em movimento lateral, que não produzem danos graves mas extremamente dolorosos.

⁸ Clube Excursionista Carioca, com sede no Rio de Janeiro, Copacabana (www.carioca.org.br).